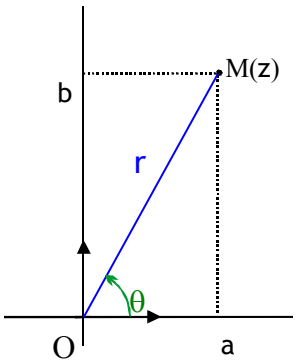
Propriétés

Pour tous nombres complexes z et z', on a :

- $\overline{\overline{z}} = z$
- $z.\overline{z}$ est un réel positif
- $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$; $\overline{z-z'} = \overline{z} - \overline{z'}$; $\overline{zz'} = \overline{z}.\overline{z'}$
- Si $z' \neq 0$ $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\overline{z'}}$; $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$
- $\text{Re}(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$; $\text{Im}(z) = \frac{z-\overline{z}}{2i}$
- z est réel $\Leftrightarrow$ $z = \overline{z}$; z est imaginaire pur $\Leftrightarrow$ $z = -\overline{z}$

Exercices : 1, 2, 3 et 8 page 19 .

III. FORME TRIGONOMETRIQUE



a) Module

Définition

Tout nombre complexe non nul z peut-être écrit sous la forme :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, avec $\theta \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}_+^*$, qui est une forme trigonométrique de z.

Propriété

Si deux nombres complexes z et z' sont écrits sous forme trigonométrique :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ et $z' = r'(\cos\theta' + i\sin\theta')$, on a :

$$z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} r = r' \\ \theta \equiv \theta' [2\pi] \end{cases}$$

Définition

Soit le nombre complexe z de forme algébrique a + ib et soit M le point d'affixe z.

On appelle module de z le nombre réel positif $r = OM = \sqrt{a^2 + b^2}$

On note $r = |z|$

Exercice : 5

1°)Calculer le module de chacun des nombres complexes :

$z_1 = 3 + 4i$ $z_2 = 1 - i$ $z_3 = 5 - \frac{i}{2}$ $z_4 = 3$

$z_5 = i - 4$ $z_6 = i$ $z_7 = -5$ $z_8 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

2°)Donner les formes trigonométriques de :

$z_1 = 1 + i$ $z_2 = \sqrt{3} + i$ $z_3 = 1 - i\sqrt{3}$ $z_4 = i$